Avtorji: G. Bavdek, B. Golli, A. Kregar – PeF

1. GIBALNA KOLIČINA IN SUNEK SILE

1.1 Merjenje gibalne količine pri trkih

Če je rezultanta zunanjih sil enaka nič, je sunek sile enak nič in gibalna količina se ohranja. Če sta v sistemu dve telesi z masama m_1 in m_2, se pri trku njuna skupna gibalna količina ohranja. Izrek o *ohranitvi skupne gibalne količine* zapišemo kot

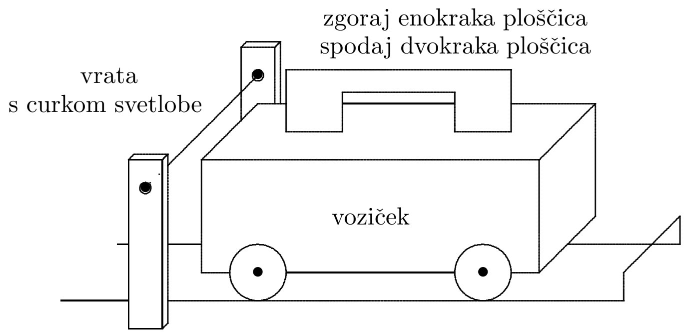
$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2', \tag{1}$$

pri čemer pomenita $\vec{v}_1$ in $\vec{v}_2$ hitrosti teles pred trkom in $\vec{v}_1'$ in $\vec{v}_2'$ hitrosti teles po trku.

Postopek merjenja. Z roko ali s sprožilcem suni enega od vozičkov v drugi mirujoči voziček, ki je postavljen med svetlobna vrata tako, da prvi voziček pred trkom že zapusti svetlobna vrata na svoji strani. Pri *neprožnem* trku se po trku gibljeta vozička v smeri gibanja prvega vozička pred trkom. Pri *prožnem* trku pa je hitrost prvega vozička po trku odvisna od razmerja mas vozičkov. Svetlobna vrata izmerijo le absolutno vrednost hitrosti, zato moraš njen predznak določiti sam z opazovanjem gibanja vozička.

Rezultat predstavi kot razliko med končno in začetno velikostjo skupne gibalne količine, deljene z velikostjo začetne gibalne količine. Vrednost lahko izraziš v odstotkih.

Svetlobna vrata. Na vozičku je nameščena ploščica, ki prekine curek svetlobe v svetlobnih vratih (Slika 1). Vrata so povezana z računalnikom, ki zabeleži čas prekinitve (t_1). Ko ploščica pride iz svetlobnih vrat, računalnik ponovno zabeleži čas (t_2). Iz razlike časov in znane dolžine ploščice (d), računalnik lahko določi (povprečno) hitrost vozička $\bar{v} = d/(t_2 - t_1)$. Dolžino ploščice moramo vpisati v računalnik.



Slika 1: Svetlobna vrata

1.2 Izrek o gibalni količini

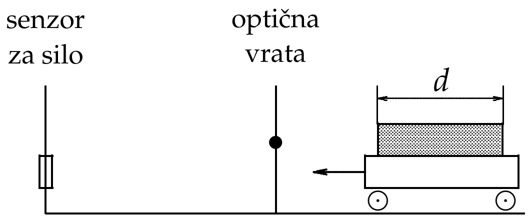
Izrek o gibalni količini pove, da je sprememba gibalne količine enaka sunku sile:

$$m\vec{v} - m\vec{v}' = \int \vec{F}(t)\,\mathrm{d}t\,, \qquad (2)$$

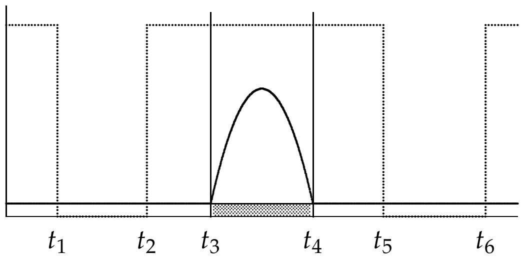
pri čemer je $\vec{v}$ končna in $\vec{v}'$ začetna hitrost telesa in m njegova masa.

Izrek preverimo s poskusom, pri katerem se voziček odbije od stene (oz. senzorja za silo). Merimo začetno in končno hitrost vozička ter časovni potek sunka sile, s katero deluje stena na voziček. Iz znane mase vozička izračunamo spremembo gibalne količine, iz časovnega poteka sile, ki jo beleži računalnik, pa integral sile po času.

Potek poskusa kaže slika 2a. Voziček poženemo proti senzorju. Ko potuje skozi optična vrata, ploščica z dolžino d na vozičku prekine signal v vratih. Računalnik zabeleži začetek prekinitve (čas t_1 na sliki 2b) in čas konca prekinitve (t_2). Iz razlike časov in podatka d izračunamo začetno hitrost vozička. Končno hitrost izračunamo ob drugi prekinitvi (med časoma t_5 in t_6); pri tem moramo upoštevati, da se sedaj voziček giblje v nasprotno smer glede na prvotno. Ob času t_3 se voziček zaleti v senzor za silo, ob času t_4 se voziček odlepi od



a)



b)

Slika 2: a) Naprava za preverjanje izreka o gibalni količini. b) Računalniški prikaz: časovni potek sile (polna črta) in časovni potek signala v optičnih vratih (črtkano).

senzorja. Računalnik beleži časovni potek sile na senzorju in lahko izračuna časovni integral sile med kazalcema, ki ju z miško postavimo k časoma t_3 in t_4.

Za vsako ponovitev izračunaj *relativno odstopanje* med levo in desno stranjo v (2).

1.3 Balistično nihalo

Hitrost izstrelka v_0 merimo z balističnim nihalom. Pri poskusu se izstrelek (kroglica) zapiči v leseno klado in obtiči v njej. Trk je zelo kratek, zato je vsota zunanjih sil med trkom enaka 0 in ohranja se *skupna* gibalna količina izstrelka in klade:

$$mv_0 = (m+M)v\,, \tag{3}$$

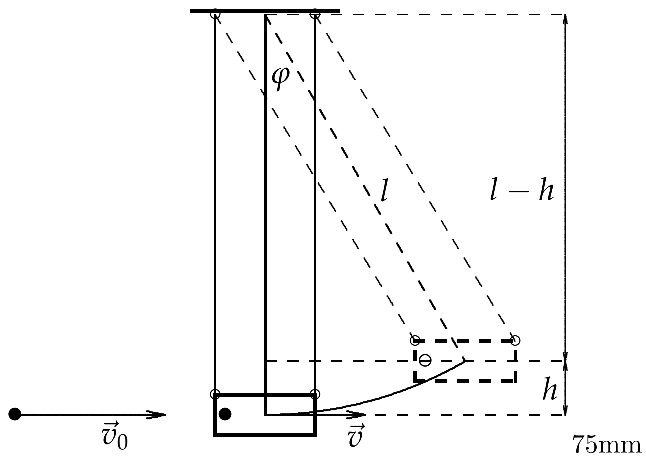
če je m masa izstrelka, M masa klade in v skupna hitrost klade in izstrelka takoj po trku.

Klada z izstrelkom se odkloni in pri tem dvigne za višinsko razliko h. V tem trenutku je njena hitrost enaka 0. Velja izrek o ohranitvi vsote kinetične in potencialne energije; začetna kinetična energija se pretvori v potencialno:

$$\tfrac{1}{2}(m+M)v^2 = (m+M)gh\,. \tag{4}$$

Višino h izrazimo s kotom φ, za katerega se je nihalo odmaknilo, in razdaljo l od osi do težišča sistema. Iz slike 3 razberemo $l-h = l\cos\varphi$ in od tod $h = l - l\cos\varphi = l(1-\cos\varphi)$. Upoštevamo trigonometrijsko zvezo za polovične kote $\sin^2(\frac{1}{2}\varphi) = \frac{1}{2}(1-\cos\varphi)$ in dobimo $h = 2l\sin^2(\frac{1}{2}\varphi)$. Če je kot dovolj majhen, lahko sinus kota nadomestimo s kotom (v radianih). Dobimo $h = \frac{1}{2}\,l\varphi^2$ in iz (4) sledi

$$v = \sqrt{gl}\,\varphi \qquad \text{ter} \qquad v_0 = \frac{m+M}{m}\,\sqrt{gl}\,\varphi\,. \tag{5}$$



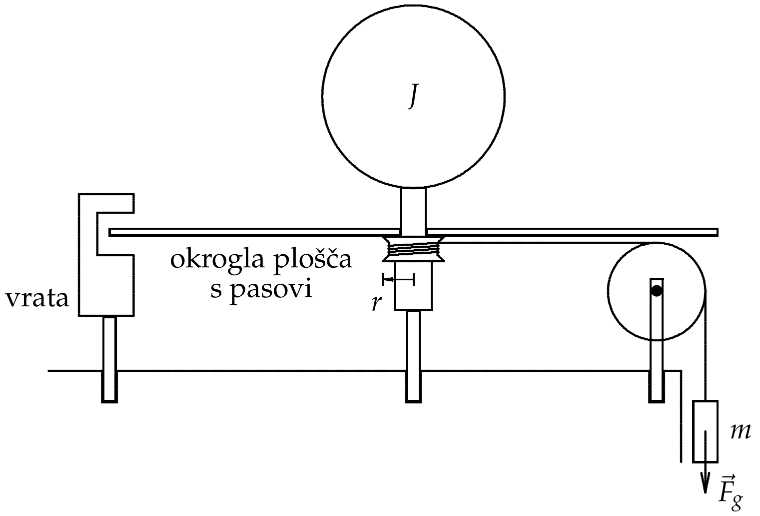
Slika 3: Merjenje hitrosti izstrelka z balističnim nihalom

2. KROŽENJE, VRTENJE, NAVOR

2.2 Newtonov zakon za vrtenje

Merjenje vztrajnostnega momenta izvedemo z napravo na sliki 4, ki ima nosilček, vrtljiv okrog svoje osi skoraj brez trenja, za kar poskrbi kvaliteten ležaj, in obroč − kolesce z radijem r, okrog katerega navijemo nikjer pritrjeno vrvico, potegnjeno prek drugega kolesca (škripca). Na vrvico obesimo utež, ki povzroči stalno silo mg in stalen navor mgr, kjer je ročica r radij kolesca. Newtonov zakon za vrtenje togega telesa okrog stalne osi, ki ga poganja padajoča utež, pove, da stalen navor povzroči enakomerno pospešeno vrtenje s kotnim pospeškom α: $J\,\alpha = M$, kjer je J vztrajnostni moment telesa. Sila, ki povzroči navor, je nasprotno enaka sili vrvice na utež, na katero deluje tudi teža uteži mg. Ta sila pa se pojavi tudi v Newtonovem zakonu za padajočo utež: $ma = mg - F$ in $F = m(g - a)$. Zato je $J\,\alpha = m(g - a)r$. Obodni pospešek $a = r\alpha$ krožečega se telesa je enak pospešku mase uteži. Velja:

$$J\,\alpha = m(g - r\,\alpha)\,r \qquad \text{in} \qquad J = \frac{mgr}{\alpha} - mr^2\,. \tag{6}$$



Slika 4: Naprava za merjenje vztrajnostnega momenta.

Na kolescu je tudi prozorna okrogla plošča, na kateri so vrisani v obliki zvezde izmenjujoči se prozorni in neprozorni pasovi v razmaku 15°, ki kroži s celotno napravo vred. Ob robu omenjene plošče so svetlobna vrata, priključena na računalnik, ki registrirajo vsako prekinitev svetlobnega snopa ob prehodu iz prozornega v neprozorni pas. Računalnik beleži časovni potek kota zavrtitve. Merjenje pospeška poteka tako, da najprej izračunamo kotno hitrost kot $\omega(t_i) = \Delta\varphi/(t_{i+1} - t_i)$, kjer je $\Delta\varphi = 30°$. Kotni pospešek nato določimo iz naklona premice v grafu $\omega(t)$, ali pa ga izračunamo podobno kot hitrost: $\alpha(t_i) = (\omega_{i+1} - \omega_i)/(t_{i+1} - t_i)$.

Merimo najprej brez dodatne mase in vse ustrezne količine označimo s ’. Kotni pospešek sistema brez dodatne mase je $\alpha' = \Delta\omega'/\Delta t'$. Utež m' enakomerno pospešuje celoten sistem z vztrajnostnim momentom J': $J'\alpha' = m'(g - \alpha' r)r$. Enačba omogoča izračun J', se pravi okrogle plošče s pripadajočimi kolesci in osmi.

Ko na os pritrdimo dodatno telo (npr. kroglo, ki ima vztrajnostni moment $J = 2MR^2/5$, ali valj, $J = MR^2/2$), pospešujemo z nekoliko večjo maso m. Vztrajnostni moment krogle ali drugega telesa izračunamo po enačbi $J = mgr/\alpha - J' - mr^2$. Primerjamo ga z izračunano vrednostjo iz njegove mase in radija.

2.3 Ohranitev energije pri kotaljenju

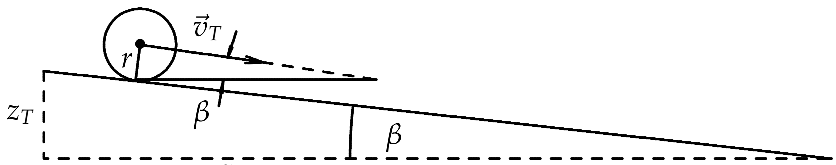
V splošnem ima togo telo lahko *kinetično* in *potencialno energijo.* Kinetična energija je sestavljena iz dveh delov, *translacijske* energije $\frac{1}{2}\,m\,v^2$ in *rotacijske energije* $\frac{1}{2}\,J\,\omega^2$. Sprememba gravitacijske potencialne energije telesa je $\Delta W_p = m\,g\,(z_2 - z_1)$, kjer pomeni $z_2 - z_1$ višinsko razliko težišča togega telesa. Če je vsota vseh zunanjih sil enaka nič, se energija ohranja. To velja tudi, če deluje na sistem le teža. Tedaj velja *izrek o ohranitvi energije*

$$\tfrac{1}{2}\,m\,v_2^2 + \tfrac{1}{2}\,J\,\omega_2^2 + m\,g\,z_2 = \tfrac{1}{2}\,m\,v_1^2 + \tfrac{1}{2}\,J\,\omega_1^2 + m\,g\,z_1. \qquad (7)$$

Indeks 2 se nanaša na končni položaj telesa, indeks 1 pa na začetni položaj togega telesa.

Na vrhu klanca telo miruje in ima le potencialno energijo Mgz_T. Po klancu navzdol se kotalečemu se telesu manjša potencialna energija, povečuje pa translacijska kinetična energija težišča $\frac{1}{2}M\,v_T^2$ in rotacijska energija okrog osi skozi težišče $\frac{1}{2}J\,\omega^2$. Če je delo navora lepenja zanemarljivo majhno, lahko računamo, da se ohranja celotna energija teles. Na koncu je potencialna energija enaka 0 in velja

$$M\,g\,z_T = \tfrac{1}{2}\,M\,v_T^2 + \tfrac{1}{2}\,J\omega^2\,. \qquad (8)$$



Slika 5: Kotaleči se valj na klancu.

Pri valju je hitrost težišča enaka obodni hitrosti težišča pri vrtenju valja okoli osi skozi dotikališče valja s klancem (glej sliko 5): $v_T = \omega\,R$, če z R označimo polmer valja. Vztrajnostni moment valja je $J = \frac{1}{2}MR^2$ in iz (8) dobimo

$$M\,g\,z_T = \frac{1}{2}\,M\,v_T^2 + \frac{1}{4}\,M\,v_T^2 = \frac{3}{4}\,M\,v_T^2\,, \qquad (9)$$

od koder sledi

$$v_T = \sqrt{\frac{4gz_T}{3}}\,. \qquad (10)$$

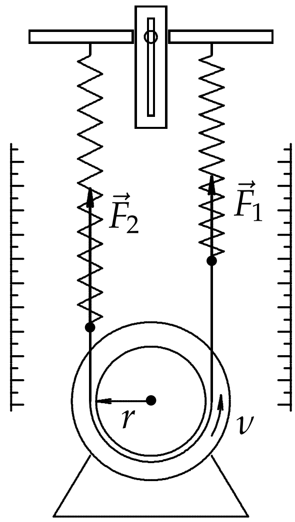
Valj se kotali enakomerno pospešeno in velja $v_T = at$ in $s = \frac{1}{2}at^2$, če je s dolžina klanca. Iz prve enačbe izrazimo a in dobimo $s = \frac{1}{2}\,v_T t$ oziroma

$$v_T = \frac{2s}{t}\,. \qquad (11)$$

Izmerimo višino klanca v začetni legi z_T in čas kotaljenja t na poti s ter primerjamo izračunano hitrost (10) z izmerjeno hitrostjo (11) .

2.4 Pronyjeva zavora

S Pronyjevo zavoro (jarmom) merimo *moč* na osi motorja. Elektromotor prejema *električno moč*, $P_p = P_e = U\,I$, kjer je U napetost, na katero je električni motor priključen, in I tok, ki teče skozi motor. Na gred motorja s Pronyjevim jarmom deluje navor M, ki ga povzročata sili F_1 in F_2 dveh vijačnih vzmeti, povezanih s trakom jarma. Vzmeti sta hkrati tudi silomera. Motor se vrti s kotno hitrostjo $\omega = 2\pi\,\nu$. Navor je enak $M = (F_2 - F_1)\,r$, kjer je r polmer jarma. Tako je *koristna (oddana mehanična) moč* na gredi motorja $P_0 = M\,\omega = (F_2 - F_1) 2\pi\,r\,\nu$.



Slika 6: Pronyjeva zavora.

Izkoristek motorja η, ki ga definiramo kot razmerje koristne (oddane) moči in vložene (prejete) moči, je v našem primeru

$$\eta = \frac{P_o}{P_p} = \frac{(F_2 - F_1) 2\pi\,r\,N}{U\,I\,t}. \tag{12}$$

Pri tem smo zamenjali frekvenco ν s kvocientom N/t, kjer je N število vrtljajev in t ustrezni čas. Ko meritev že nekaj časa teče in se temperatura zaradi hlajenja ne spreminja več, je po energijskem zakonu vloženo delo A_e in oddano delo A_{meh} povezano z oddano toploto Q po enačbi $A_e - A_{meh} - Q = 0$, saj se v ravnovesnem stanju ne spreminja nobena od energij. Toplota, ki jo pri tem pri konstantni temperaturi motor oddaja okolici, je enaka $Q = A_e - A_{meh}$.

Postopek merjenja Pronyjeva zavora ima trak, ki ga vpneš na oba premakljiva silomera. Motor priključiš na napetostni vir. Izmeriš tok in napetost pri izbranih vrtljajih. Z merjenjem števila vrtljajev in časa določiš frekvenco vrtenja gredi motorja, ki skupaj z izmerjenima silama in premerom valja omogočajo izračunati koristno moč navora P_k. Po drugi strani z merjenjem napetosti in toka izmerimo vloženo električno moč $P_e = UI$. Njuno razmerje določa izkoristek elektromotorja.