Avtorji: G. Bavdek, B. Golli, A. Kregar – PeF

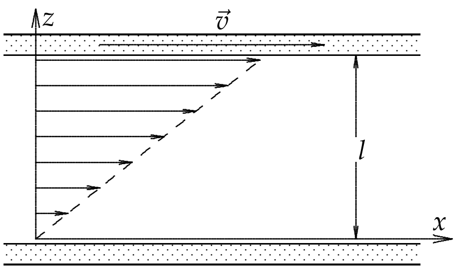
5. HIDRODINAMIKA

5.1 Viskoznost – padanje kroglic

Za kapljevine je značilna snovna konstanta *viskoznost.* To nekaj pove o lastnosti, ki je povezana z notranjim trenjem v kapljevinah. Zaradi te lastnosti se nekatere kapljevine lažje pretakajo skozi lijak kot druge. Pri opredelitvi viskoznosti moramo vpeljati *strižno napetost.* Ta je povezana s silami, ki ne delujejo pravokotno na ploskev kot pri Hookovem zakonu, ampak prijemljejo in delujejo vzdolž ploskve S. Če je med dvema vzporednima ploščama plast tekočine s površino S in zgornjo ploščo vlečemo s silo F se pojavi v tekočini strižna napetost $\sigma_s = F/S$ (glej sliko 1). Pri tem se gornja plošča giblje s konstantno hitrostjo v in z njo vred se giblje sosednja plast kapljevine tik ob tej plošči. Spodnja plast tik ob spodnji plošči pa skoraj miruje. V kapljevini se torej z višino hitrost povečuje. Naraščanje opredelimo z *gradientom hitrosti* v/z, kjer je z razdalja med obema ploščama. Poskusi kažejo, da je strižna napetost σ_s premo sorazmerna gradientu hitrosti v/z:

$$\sigma_s = \eta \frac{v}{z}. \tag{1}$$

To je *zakon o viskoznosti.* Sorazmernostna konstanta v tej enačbi je *viskoznost* η. Odvisna je od temperature. Viskoznost η je značilna snovna konstanta za kapljevino in jo najdemo v posebnih tabelah.



Slika 1: Viskoznost kapljevin.

Podobno kot v tem primeru gibanja ene od dveh plošč povzroči zaviralne sile tudi gibanje kroglice skozi kapljevino. Po precej zapletenem računu najdemo, da je *sila upora* na kroglico v gosti tekočini enaka

$$F = 6\,\pi\, r\, \eta\, v, \tag{2}$$

kjer je r radij kroglice in v njena hitrost. Če spustimo kroglico z gostoto ϱ v kapljevino z gostoto ϱ_k, delujeta nanj še teža $mg = \varrho\, g\, V$ in sila vzgona $m_k g = \varrho_k g\, V$. V stacionarnem stanju silo teže uravnovešata sila upora in vzgon. Velja: $\varrho\, g\, V = \varrho_k g\, V + 6\,\pi\, r\, \eta\, v$. Iz te enačbe lahko izračunamo viskoznost

$$\eta = \frac{2(\varrho - \varrho_k)\, g\, r^2}{9\, v}, \tag{3}$$

kjer smo vstavili za prostornino kroglice $4\,\pi\, r^3/3$. Če izmerimo hitrost padanja kroglice v in poznamo obe gostoti ter radij kroglice, lahko izračunamo viskoznost η.

Koeficient viskoznosti tekočin določiš z merjenjem hitrosti padanja steklenih kroglic v glicerinu. Izmeri še premer kroglic in njihovo maso in od tod izračunaj gostoto stekla. Gostota glicerina je podana in je ni treba meriti.

6. TOPLOTA

6.1 Izoterma in adiabata

Pri **izotermni spremembi** velja Boylova enačba ali *Boylov izrek*: produkt tlaka idealnega plina in njegove prostornine se pri nespremenjeni temperaturi ohranja:

$$p\,V = p_o\,V_o \qquad \text{pri} \quad T = konst. \tag{4}$$

Iz te enačbe pridemo do enačbe za izotermno stisljivost plina, če enačbo najprej logaritmiramo: $\ln p + \ln V = konst$, nato pa še diferenciramo: $\mathrm{d}p/p + \mathrm{d}V/V = 0$. Od tod je **izotermna stisljivost**

$$\chi = -\frac{1}{V}\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p}\right)_T = \frac{1}{p}. \tag{5}$$

Indeks T pri $(\mathrm{d}V/\mathrm{d}p)_T$ pomeni, da odvajamo prostornino V po tlaku p pri stalni temperaturi.

Pri hitrih sprememba plin z okolico ne izmenja toplote. Sprememba je **adiabatna** in velja

$$p\,V^\kappa = p_o\,V_o^\kappa \qquad \text{pri} \quad Q = 0\,, \tag{6}$$

pri čemer je κ razmerje specifičnih toplot, $\kappa = c_p/c_V$, in je enako 5/3 za enoatomne in 7/5 za dvoatomne pline.

Koeficient κ izrazimo iz (6) tako, da enačbo logaritmiramo: $\ln p + \kappa \ln V = \ln(p_o\,V_o^\kappa) = konst$, oziroma:

$$\ln p = -\kappa \ln V + konst. \tag{7}$$

Če narišemo graf, pri katerem na absciso nanašamo $\ln V$, na ordinato pa $\ln p$, dobimo premico za naklonom $-\kappa$.

Opis postopka Eksperimentalna naprava je sestavljena iz valja, v katerem je zrak, in bata, povezanega s senzorjem, ki meri relativno prostornino plina. Relativna prostornina je razmerje med prostornino in največjo možno prostornino, ko je bat v zgornji legi. V valju je tudi senzor, ki meri tlak. Oba senzorja sta povezana z računalnikom, ki vrednosti obeh parametrov kaže na zaslonu.

Z ventilom uravnaj količino zraka v valju, tako da je pri zunanjem zračnem tlaku bat približno na sredi. Ventil zapri in bat dvigni v zgornji položaj, ko je tlak približno polovico zunanjega. Zabeleži vrednosti tlaka in relativne prostornine.

Pri **izotermni spremembi** začni bat počasi potiskati navzdol, tako da se v vsakem koraku relativna prostornina zmanjša za 0,05. Pri vsakem koraku počakaj, da tlak doseže konstantno vrednost, in zabeleži vrednosti tlaka in (relativne) prostornine. Postopek nadaljuj, dokler tlak ne doseže največje možne vrednosti, ki jo senzor še zmore izmeriti.

Določi stisljivost zraka χ pri različnih tlakih. Zvezo med tlakom in (relativno) prostornino prikaži grafično, tako da na ordinato nanašaš prostornino, na absciso pa *recipročni* tlak. Iz grafa določi razliko med dejansko in izmerjeno (relativno) prostornino (tj. odsek na ordinatni osi ΔV; če premica seka ordinato pri negativnih vrednostih, je $\Delta V < 0$). Tako določeni popravek upoštevaj pri analizi adiabatne spremembe.

Pri **adiabatni spremembi** bat zelo hitro potisni navzdol. Računalnik prikaže odvisnost tlaka od prostornine in podatke shrani v tekstovno datoteko. Izmerke relativne prostornine popravi s popravkom, določenim pri izotermni spremembi $V = V_{\text{izmerjen}} - \Delta V$. (Pazi na predznak ΔV.) Nariši graf $\ln p(\ln V)$ in iz naklona določi κ.

7. ELEKTRIČNI TOK

7.1 Indukcijski zakon

V časovno spremenljivem magnetnem polju se v tuljavi inducira napetost

$$U_i = -N \frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}\,, \tag{8}$$

pri čemer je Φ_m magnetni pretok skozi tuljavo in N število ovojev v tuljavi.

Magnetni pretok skozi poljubno oblikovano ploskev $\vec{S}$ definiramo kot

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}\,. \tag{9}$$

Če je ploskev ravna in po njej gostota magnetnega polja konstantna, se integral za magnetni pretok poenostavi: $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\,S\,\cos\alpha$, kjer je α kot med gostoto magnetnega polja $\vec{B}$ in normalo na ploskev $\vec{S}$. V tuljavi z N' navoji je magnetni pretok tolikokrat večji, kolikor zank ima tuljava, to je $N'\,B\,S$.

Pri poskusu magnetno polje ustvarimo s veliko tuljavo. Gostota magnetnega polja dolge ravne tuljave je

$$B = \frac{\mu_o N'\,I}{l}\,. \tag{10}$$

Tu je N' število navojev velike tuljave in l njena dolžina. Tok v tuljavi se spreminja sinusno $I = I_0 \sin\omega t$. V tuljavo postavimo manjšo tuljavo s prečnim presekom S N ovoji. V njej se inducira napetost

$$U_i = -N\,S\,\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_o N N' S}{l}\,\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = -\omega\,\frac{\mu_o N N' S}{l}\,I_0 \cos\omega t\,. \tag{11}$$

Za efektivne vrednosti napetosti in toka velja

$$U = \omega\,\frac{\mu_o N N' S}{l}\,I \equiv \omega\,M_{12}\,I\,. \tag{12}$$

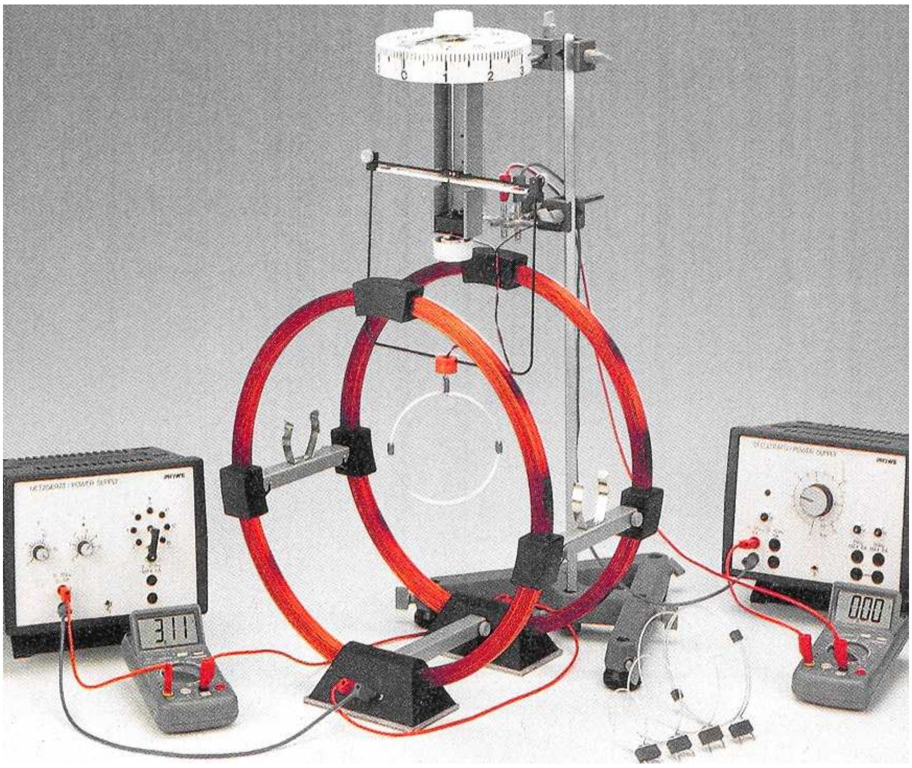
Tu je M_{12} **medsebojna induktivnost** tuljav.

Potek meritve Veliko tuljavo preko ampermetra priključi na vir izmenične napetosti. V veliko tuljavo vstavljaj male tuljave z različnimi prečnimi preseki in različnim številom ovojev in z voltmetrom meri inducirano napetost na njih.

7.2 Magnetni navor

Navor na zanko v magnetnem polju zapišemo kot $M = ISB\sin\varphi$, pri čemer je I tok v zanki, S ploščina zanke, B gostota magnetnega polja in φ kot med vektorjem ploskve zanke in gostoto magnetnega polja.

Magnetno polje ustvarjata dve tuljavi. Magnetno polje kaže v smeri (skupne) osi tuljav. Za gostoto magnetnega polja v središču tuljave velja $B = kI'$, $k = 0{,}7\ (1 \pm 0{,}05)$ mT/A, pri čemer je I' tok skozi tuljavi. Med tuljavi preko torzijske tehtnice obesimo kovinsko zanko, kot kaže slika 2, tako da središče zanke na sredini med tuljavama. Kot φ je v tem primeru enak kotu med osjo tuljav in simetralo zanke, pravokotne na zanko.



Slika 2: Navor na zanko v magnetnem polju.

Potek meritve Navor merimo s torzijsko tehtnico, na kateri odčitamo silo, ki je potrebna, da zanko zasučemo v prvotni položaj (ko v njej ni bilo toka). Za ročico pri računanju navora vzemi $r = 115{,}0\ \text{mm} \pm 0{,}5\ \text{mm}$.

8. ELEKTRIČNO POLJE

8.1 Snov v električnem polju: električna polarizacija

Gaussov zakon Za vsako poljubno oblikovano ploskev velja *Gaussov zakon*:

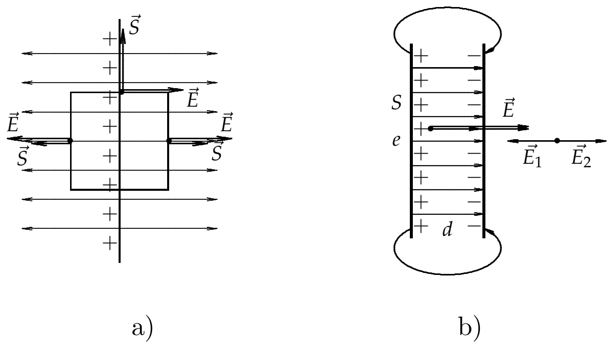
$$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{e}{\varepsilon_o}\,, \tag{13}$$

pri čemer je e naboj znotraj ploskve. Uporabimo ga za računanje jakosti električnega polja neskončno velike ravne ploskve, po kateri je naboj enakomerno porazdeljen. Znana naj bo **ploskovna gostota naboja** $\sigma = e/S$, ki pove, koliko naboja je na ploskovni enoti. Iz simetrije problema pri enakomerno porazdeljenem naboju sklepamo, da je polje okrog ploskve homogeno in pri prehodu plošče samo menja predznak oz. smer.

Najprej izberemo *Gaussovo ploskev* (glej sliko 3a), ki naj bo v tem primeru pokončna prizma z osnovnima ploskvama, vzporednima z ravnino z nabojem. Pri tem integral $\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ razpade v tri ploskovne integrale: integrala po osnovnih ploskvah in integral po plašču. Integral $\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ po plašču prizme je nič, saj je normala na to ploskev pravokotna na vektor polja $\vec{E}$, integrala po osnovnih ploskvah pa sta 2 krat $E\,S$ (glej sliko 3a). Iz Gaussovega zakona (13) sledi

$$E = \frac{e}{2\varepsilon_o S} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\,. \tag{14}$$

Iz enačbe razberemo, da je jakost električnega polja odvisna le od gostote naboje.



Slika 3: a) Gaussova ploskev, b) polje kondenzatorja.

Na podlagi tega lahko izračunamo tudi jakost električnega polja med dvema vzporednima neskončno velikima ploskvama s konstantno ploskovno gostoto naboja nasprotnih predznakov na obeh ploskvah (slika 3b). Polje med ploščama sestavljata prispevka obeh plošč $E_1 + E_2 = e/2\varepsilon_o S + e/2\varepsilon_o S$ ali

$$E = \frac{e}{\varepsilon_o S} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}\,. \tag{15}$$

Zunaj obeh plošč se prispevka izničita. Polja ni. Enačba velja tudi, če plošči nista neskončno veliki, če je le majhna razdalja med ploščama v primerjavi z dimenzijami plošč in v točkah ne prav blizu robov. Tedaj pomeni e celoten naboj na eni plošči, S pa velikost plošče. Takšen par plošč imenujemo ploščati **kondenzator**.

Zapišimo napetost med ploščama. Ker je polje med ploščama homogeno, da integriranje jakosti električnega polja po poti med ploščama v razdalji d

$$U = -\int_1^2 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = E\,d\,, \tag{16}$$

če je za četna točka na negativni, končna pa na pozitivni plošči. S kombiniranjem te enačbe in enačbe (15) najdemo odvisnost naboja e od napetosti U na kondenzatorju

$$e = \frac{\varepsilon\varepsilon_o\,S}{d}\,U = C\,U\,. \tag{17}$$

Sorazmernostna konstanta je **kapaciteta** kondenzatorja

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_o\,S}{d} \tag{18}$$

kjer je ε dielektričnost snovi med ploščama konednzatorja. Za zrak je $\varepsilon \approx 1$.

Potek meritve Pri merjenju naboja v odvisnosti od napetosti na kondenzatorju poskrbi, da ne pride napetost, s katero napajamo kondenzator, direktno na vhod merilnika. Zato z eno žico za hip pritisni na kondenzator napetost npr. 30 V, z drugo žico sprazni kondenzator prek merilnika in odčitaj naboj. Na enak način opravi še drugi meritvi, pri katerih ugotovi, za kolikšna faktorja se poveča količina naboja, shranjenega v kondenzatorju. Iz tega določi dielektričnost ε pleksi stekla in navadnega stekla.