Matematične metode v fiziki 1

1. DIMENZIJSKA ANALIZA

1. Zgledi za določitev fizikalne enačbe s pomočjo znanih enot za posamezno fizikalno količino: $v = s/t$, $v = at$, $P = A/t$ ...

2. Zgledi za določitev enote pri fizikalnih količinah in snovnih konstantah: $\Delta l/l = F/ES$, $F/S = \eta\, v/l$, $\Delta W_n = mc_p\Delta T$, $J = mr^2$ ...

3. Z dimenzijsko analizo poišči odvisnost sile upora od hitrosti.
(kvadratni zakon upora: $F = 1/2 c_v \rho v^2 S$, linearni zakon upora: $F = 6\pi r\eta v$)
[*Namig za nastavek:* $F = k\rho^\alpha v^\beta l^\gamma$ ali $F = k\eta^\alpha v^\beta l^\gamma$]

4. Z dimenzijsko analizo poišči odvisnost volumskega toka viskozne nestisljive tekočine po dolgi cevi.
(Poiseuillov zakon: $\Phi_V = \frac{\pi r^4}{8\eta}\frac{\Delta p}{l}$) [*Namig za nastavek:* $\Phi_V = ka^\alpha \left(\frac{\Delta p}{l}\right)^\beta \eta^\gamma$]

5. Z dimenzijsko analizo iz hitrosti širjenja prašnega oblaka oceni sproščeno energijo pri eksploziji atomske bombe. Energijo bombe oceniš v grafu $\ln R\,(\ln(t))$ iz presečišča krivulje z osjo y.
[*Namig za nastavek:* $R(t) = kE^\alpha\rho^\beta t^\gamma$, *Rešitev:* $R(t) = kE^{1/5}\rho^{-1/5}t^{2/5}$]

2. RISANJE FUNKCIJ

1. linearna funkcija: $f(x) = kx+n$; odvisna in neodvisna spremenljivka; vloga k in n pri grafu; ničla; primeri grafa pri različnih $k = 1, 2, 3, 100$... Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije.
– primeri iz fizike: $o = 2\pi r$, $l = r\varphi$, $s = s_0 + vt$, $a = v_0 + vt$, $F = ma$, $A = Pt$, $M = rF$
– prikaz omejene uporabnosti t.i. *križnega računa* – samo pri linearnih odvisnostih brez n; npr. pretvarjanje temperature iz stopinj Celzija v stopinje Fahrenheita: 25 °C = 77 °F; koliko °F je 100 °C? (pravilna enačba za pretvarjanje: $T_f = 9/5\,Tc + 32$)

2. kvadratna funkcija: $f(x) = ax^2 + bx + c$; ničle; tême; vloga diskriminante pri grafu
– primeri iz fizike: $p = \pi r^2$, $s = s_0 + v_0t + 1/2at^2$, $F = m\omega^2 r$, $W_k = mv^2/2$

3. korenska funkcija: $f(x) = \sqrt{x}$; Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije. Kako štarta funkcija iz koordinatnega izhodišča?

4. splošna potenčna funkcija s pozitivno potenco: $f(x) = x^a$ vpliv eksponenta na obliko grafa – 1 (linearna funkcija), 2 (kvadratna funkcija), 1/2 (korenska funkcija), 1/3 (tretji koren)...

5. potenčne funkcije z negativno potenco: $f(x) = 1/x^a$
– primeri iz fizike: $\nu = 1/t_0$, $F = \kappa m_1 m_2/r^2$

6. eksponentna funkcija: $f(x) = ae^{bx}$; pozitivni in negativni eksponent; definicijsko območje in zaloga vrednosti
– primeri iz fizike: $U(t) = U_0e^{-t/\tau}$, $I(d) = I_0e^{-\beta d}$

7. logaritemska funkcija: $f(x) = ln(x)$; definicijsko območje in zaloga vrednosti

8. sinusna (kosinusna) funkcija: $f(x) = a\sin(kx + \varphi)$

9. Nariši gladko krivuljo $y = f(x)$ in z njo še $y = f(x - a) + b$. Zaznamuj na sliki vrednosti a in b.
[KK str. 19, nal. 1]

10. Izberi dve gladki krivulji $y = f(x)$ in $y = g(x)$ in na isti sliki nariši še produkt $y = f(x)g(x)$. (npr. $f(x) = \sin x \cos x$). [KK str. 19, nal. 4]

11. Skiciraj gladko krivuljo $y = f(x)$ z več ničlami, nato pa še krivulji za $y = [f(x)]^2$ in $y = [f(x)]^3$.
[KK str. 19, nal. 5]

12. K poljubni funkciji $y = f(x)$ pririši še krivulji $y = [f(x)]^{1/2}$ in $y = [f(x)]^{1/3}$. Za primer vzemi $y = \sin x$.
[KK str. 19, nal. 6]

13. Resonančno krivuljo skiciraj za različne vrednosti koeficienta dušenja a. Pri katerem a je meja, nad katero krivulja nima več resonančnega vrha? Enačba resonančne krivulje je: $y = [(1 - x^2)^2 + (ax)^2]^{-1/2}$.
[KK str. 19, nal. 9]

14. Skiciraj krivuljo $y = f(x)$ in z njo še $y = 1/f(x)$. Pomagaj si z vodoravno črto pri $y = 1$. Kaj je z ničlami f(x)? [KK str. 19, nal. 10]

15. Skiciraj Lorentzovi krivulji $y = 1/(1+x^2)$ in $y = x^2/(1+x^2)$. Preskus: njuna vsota je enaka 1. [KK str. 19, nal. 12]
16. Primerjaj krivulje za $y = e^{-x}$, $y = exp(-x^2)$, $y = exp(-x^3)$. [KK str. 19, nal. 15]
17. Začenši s funkcijo $y = e^{-x}$ skiciraj še funkcijo za $y = e^{-1/x}$. Pri $x \to 0$ je druga krivulja ploska kot deska, saj so vsi odvodi z desne enaki nič. [KK str. 19, nal. 16]
18. Skiciraj $y = \sin(x^2)$ in $y = \sin 1/x$. Začni z $y = \sin x$. [KK str. 19, nal. 17]
19. Nariši sliko funkcije $y = exp(-x^2/2\sigma^2)$. Kje so obračaji? Skiciraj še odvod y', ki ga prebereš z naklona krivulje za y. Ne pozabi, da je odvod sode funkcije lih. Poskusi še z drugim odvodom y'', bodisi po naklonu krivulje za y' ali (nekoliko manj zanesljivo) iz ukrivljenosti prvotne krivulje. [KK str. 19, nal. 20]

Za preverjanje grafov pri risanju funkcij lahko uporabite brezplačni spletni program *Wolfram Alpha*, ki ga najdete na spletnem naslovu `www.wolframalpha.com`.