

13. FUNKCIJE VEČ SPREMENLJIVK

1. Nitno nihalo dolžine 20 cm niha v Zemljinem težnostnem polju, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Za koliko % se spremeni lastna frekvenca nihala, če se nit podaljša za 1 mm, od Zemlje pa se oddaljimo toliko, da se težni pospešek zmanjša za $0,1 \text{ m/s}^2$?
2. Viskoznost tekočine lahko izmerimo tako, da vanjo spustimo kroglico in izmerimo končno hitrost, pri kateri se padanje kroglice ustali. Enačba za izračun viskoznosti je v tem primeru $\eta = 2gr^2(\rho - \rho')/9v$. Poišči, kako je viskoznost odvisna od majhne spremembe fizikalnih količin, ki nastopajo v enačbi. Zapiši tudi, kako je napaka viskoznosti odvisna od napake posameznih fizikalnih količin v enačbi.
3. Kilomol plina ima pri 0°C in $1,01 \text{ bar}$ prostornino $22,4 \text{ m}^3$. Za koliko se spremeni prostornina, če se zviša temperatura za $0,1^\circ\text{C}$, tlak pa za 10^{-4} bar ?
[Rešitev: $\Delta V = 6 \text{ dm}^3$]
4. Zapiši relativno spremembo dolžine za napeto žico v odvisnosti od temperature in sile kot totalni diferencial.
5. Kako je relativna sprememba prostornine odvisna od sočasne spremembe temperature telesa in zunanjskega tlaka?
6. Upor platinaste žice se spreminja kot $dR/R = \alpha_R dT$, $\alpha_R = 0,00394 \text{ K}^{-1}$. Kako se spreminja specifični upor? Linearna razteznost platine je $\alpha_l = 9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. (Velja $R = \zeta l/S$, $dl/l = \alpha_l dT$; razmisli, kako je relativna sprememba prečnega preseka, dS/S odvisna od α_l in dT .)
7. Viskozno tekočino pretakamo po valjasti cevi in računamo viskoznost iz enačbe $\Phi_V = \pi r^4 \Delta p / 8 \eta l$. Za koliko se spremeni Φ_V , če se r poveča za 1%, Δp za 2%, η za 0,5% in l za 1%?
8. Določi gostoto in njeno efektivno napako za telo v obliki valja iz naslednjih merskih podatkov: $m = 2 \text{ kg} \pm 5 \text{ g}$, $r = 12 \text{ cm} \pm 0,3 \text{ mm}$, $h = 2,5 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ mm}$.
[Rešitev: $\rho = 1770 \text{ kg/m}^3$, $\sigma_\rho/\rho = 0,007$]
9. Določi vztrajnostni moment okrog geometrijske osi in njegovo efektivno napako za valjasto telo iz tehle podatkov: $\rho = (1,77 \pm 0,07) \text{ g/cm}^3$, $r = 12 \text{ cm} \pm 0,3 \text{ mm}$, $h = 2,5 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ mm}$.
[Rešitev: $J = 0,029 (1 \pm 0,006 \text{ kgm}^2)$]
10. Pri lomu svetlobe iz zraka v neko snov izmerimo kota $\alpha = 65^\circ \pm 0,5^\circ$ ter $\beta = 35^\circ \pm 0,3^\circ$. Kolikšen je lomni kvocient n in kolikšna njegova efektivna napaka? (Velja $n = \sin \alpha / \sin \beta$.)
[Rešitev: $n = 1,580 \pm 0,013$]
11. Na absorber v obliki ploščice z debelino $x = (5,00 \pm 0,05) \text{ cm}$ pravokotno vpada tok enobarvne svetlobe $(1,2 \pm 0,1) \text{ kW}$, ki se pri izstopu iz plošče oslabi na $(0,4 \pm 0,02) \text{ kW}$. Kolikšna sta absorpcijski koeficient μ in njegova efektivna napaka? (Velja $P = P_0 e^{-\mu x}$.)
[Rešitev: $\mu = (0,22 \pm 0,02) \text{ cm}^{-1}$]
12. Po Stefanovem zakonu je toplotna moč, ki jo seva segreta krogla, enaka $P = \sigma 4\pi r^2 T^4$. Vzemimo, da smo pri nekem poskusu izmerili celotno toplotno moč (P), ki jo krogla oddaja, in njen radij (r). Iz teh dveh podatkov želimo izračunati njeno temperaturo. Zapiši, kako je sprememba temperature odvisna od majhnih sprememb radija in izsevane moči. Zapiši tudi izraz za izračun relativne napake temperature.
[k3,1,2010/2011]
13. Kvadratni zakon upora je podan z enačbo $F_u = \frac{1}{2} c_v \rho v^2 S$. Za koliko se spremeni sila upora ob majhnih spremembah koeficienta upora (c_v), gostote in hitrosti? Zapiši tudi enačbo za računanje napake sile upora!
[kp,1i,2010/2011]
14. Jahač na zračni drči zavira magnetna sila, ki je premo sorazmerna s hitrostjo. Pospešek jahača lahko zapišemo z enačbo $a = -\beta v$.
 - a) Poišči enačbo, ki opisuje, kako se hitrost jahača, ki ga poženemo z začetno hitrostjo v_0 , spreminja s časom.
 - b) Kako pa je od časa odvisna pot, ki jo opravi jahač?
 - c) Zapiši še, kako se spremeni hitrost ob majhnih spremembah časa in začetne hitrosti.

[i1,1,2010/2011]

15. Gibanje elektronov v ploščatem kondenzatorju oz. odvisnost koordinate y od koordinate x podaja enačba $y = \frac{Ux^2}{4U_0l^2}$. Pri tem je U napetost na kondenzatorju, U_0 pospeševalna napetost elektronov in l razdalja med ploščama kondenzatorja. Za koliko % se elektronom spremeni koordinata y pri danem x , če pospeševalno napetost povečamo za 0,5%, razdaljo med ploščama pa zmanjšamo za 0,75%? Računaj z majhnimi spremembami! Zapiši še enačbo za relativno napako koordinate y . [i2,1,2010/2011]
[Rešitev: $dy/y = dU/U - 2dl/l = 1\%$, $(dy/y)^2 = (dU/U)^2 + 4(dx/x)^2 + (dU_0/U_0)^2 + 4(dl/l)^2$]
16. Pri torzijski obremenitvi palice je njen zasuk podan z enačbo $\varphi = \frac{2Ml}{G\pi r^4}$. Pri tem je M navor, ki deluje na palico, G strižni modul, l dolžina palice, r pa njen polmer.
- a) Za koliko % se spremeni zasuk palice, če se zaradi povišane temperature G zmanjša za 0,5%, l in r pa se povečata za 0,25%? Računaj z majhnimi spremembami.
- b) Zapiši še enačbo za relativno napako zasuka φ . [i3,1,2010/2011]
17. Hitrost izstrelka lahko določimo s pomočjo balističnega nihala po enačbi $v_0 = \frac{m+M}{m}\sqrt{gl}\varphi$. Za koliko % se spremeni odklon nihala, če vrvico, na kateri visi klada nihala, skrajšamo za 0,5%? (Hitrost izstrelka je nespremenjena.) Najprej zapiši totalni diferencial enačbe za hitrost izstrelka! [k3,1a,2009/2010]
18. Domet izstrelka pri poševnem metu izračunamo po enačbi $D = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\varphi$. Znana sta v_0 in φ ter njuni napaki. Zapiši enačbo za računanje relativne napake dometa! [k3,1b,2009/2010]
19. Upogib ravne palice s kvadratnim profilom, ki je podprta v krajiščih, nanjo pa deluje pravokotna sila na sredini palice, je podan z enačbo $u = \frac{Fl^3}{3E\pi d^4}$.
- a) Zapiši spremembo upogiba za majhne spremembe sile (F), dolžine palice (l) in prečne dimenzije palice (d).
- b) Zapiši enačbo za izračun relativne napake upogiba, če imamo podane merske napake za vse tri količine, naštet v primeru a). [i2,1,2009/2010]
20. Upogib palice, ki jo podpremo pod krajiščema in s silo obremenimo na sredini, podaja enačba $u = \frac{Fl^3}{4Ea^4}$.
- a) Zapiši enačbo za majhno spremembo upogiba, če se malo spremenijo sila F , dolžina l ali stranica kvadratnega preseka palice a (pri tem je ploščina kvadratnega preseka $S = a^2$).
- b) Za koliko % se spremeni upogib, če se prečni presek poveča za 0,5%?
- c) Zapiši še enačbo za računanje relativne napake upogiba, če so znane merske napake sile, dolžine in stranice kvadratnega preseka palice. [i3,1,2009/2010]
21. Upornost žice podaja enačba $R = \zeta l/S$, kjer je $S = \pi r^2$. Zapiši totalni diferencial upornosti kot funkcije specifične upornosti, dolžine in polmera žice. Zapiši tudi enačbo za izračun relativne napake upornosti. [k3,1,2011/2012]
22. Precesijsko frekvenco vrtavke izračunamo po enačbi: $\omega_p = \frac{mgd}{Mr^2\omega}$.
- a) Zapiši totalni diferencial precesijske frekvence.
[Rešitev: $d\omega_p/\omega_p = dm/m + dg/g + dd/d - dM/M - 2dr/r - d\omega/\omega$]
- b) Zapiši izraz za izračun relativne napake precesijske frekvence.
[Rešitev: $\sigma_{\omega_p}/\omega_p^2 = (\sigma_m/m)^2 + (\sigma_g/g)^2 + (\sigma_d/d)^2 + (\sigma_M/M)^2 + (2\sigma_r/r)^2 + (\sigma_\omega/\omega)^2$]
[i1,3i,2011/2012]
23. Silo med dvema točkastima nabojema podaja enačba $F = \frac{e_1e_2}{4\pi\epsilon_0r^2}$. Zapiši enačbo za izračun relativne napake sile, če imamo podane merske napake za e_1 , e_2 in r . Za koliko % bi se moral spremeniti naboj e_2 , da bi sila pri 1% spremembi razdalje ostala enaka? [i2,1,2011/2012]
24. Hitrost izstrelka lahko določimo z balističnim nihalom. Če je masa izstrelka (m) zanemarljiva v primerjavi z maso nihala (M), lahko hitrost izstrelka (v) kot funkcijo višine (h), do katere nihalo zaniha glede na ravnovesno lego, izrazimo s formulo $v = M\sqrt{2gh}/m$. Zapiši enačbo za izračun relativne napake hitrosti izstrelka. [i3,1b,2011/2012]
25. Pri eksperimentalni vaji silo na telo, ki pospešuje, dobimo tako, da v Newtonovo enačbo $F = ma$ vstavimo pospešek, ki ga izrazimo iz enačbe $s = \frac{1}{2}at^2$. Telesu izmerimo maso, odčitamo prepotovano pot in izmerimo čas, ki ga je telo za to pot potrebovalo. Poišči izraz za relativno napako sile. [k3,1,2012/2013]
[Rešitev: $(\sigma_F/F)^2 = (\sigma_m/m)^2 + (\sigma_s/s)^2 + 4(\sigma_t/t)^2$]

14. EKSTREMI

1. Iz bakrene žice navijemo tuljavo s polmerom r in priključimo na vir z gonilno napetostjo U in notranjim uporom R . Pri katerem preseku žice bo navor na tuljavo v magnetnem polju ($M = NISB$) največji, če naj masa bakra ne bo večja od m ? Podana je gostota ρ in specifična upornost ζ bakra.
[Rešitev: $S = \sqrt{m\zeta/R\rho}$]
2. Pri kolikšnem preseku bakrene žice bo električna napeljava, po kateri teče ves dan tok I , projektirana najbolj gospodarno? Znani so dolžina napeljave, cena električne energije za kWh, cena za kilogram in specifični upor bakra, pa tudi amortizacijske obresti za nakup žice. Upoštevaj samo amortizacijske obresti in ohmske izgube; drugi stroški so le malo odvisni od preseka žice.
[Rešitev: $S = \sqrt{\frac{\xi I^2 C_{\text{el}}}{\eta \rho C_{\text{Cu}} C_{\text{Cu}}}}$]
3. Z višine h nad vodoravno ravnino vržemo kamen pod kotom α z začetno hitrostjo v_0 . Pri kolikšnem kotu pade kamen najdlje?
[Rešitev: $\tan \alpha = v_0 / \sqrt{v_0^2 + 2gh}$]
4. Poišči ekstrem funkcije $f(x,y) = (x-a)^2 + (y-b)^2$ za x in y , ki ležita na krožnici s polmerom r in središčem v izhodišču.
[Rešitev: $x = ar/\sqrt{a^2 + b^2}$, $y = br/\sqrt{a^2 + b^2}$]
5. Poišči, kje na ravnini $z = ax + by + d$ ima potencialna energija $V(z,y,z) = A/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ekstrem.
[Rešitev: $x = ad/(a^2 + b^2 + 1)$, $y = bd/(a^2 + b^2 + 1)$, $z = d/(a^2 + b^2 + 1)$.]